

Tratto dal libro:

Beppe Pea

“INSEGNARE CON I CONCETTI LA MATEMATICA”

Franco Angeli Editrice, Milano 2007

Libro facente parte della collana:

“Laboratori disciplinari con la Didattica per Concetti”

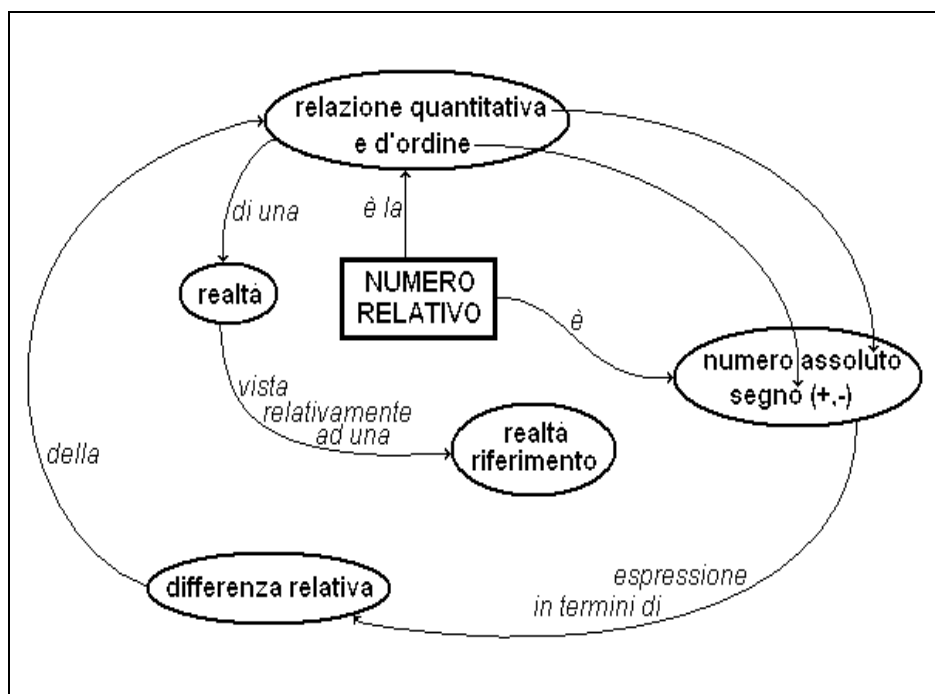
Diretta da Elio Damiano

UNITÀ DIDATTICA 5

NUMERO RELATIVO

(Classe quinta elementare)

MAPPA CONCETTUALE



Il “NUMERO RELATIVO” si distingue da un numero ‘naturale’, che indica una relazione solo quantitativa, perché, oltre che quantitativa, esprime anche una relazione di ordine riconoscibile dai “segni + e -” che lo precedono, per indicare rispettivamente “maggiore di” ($>$) e “minore” di ($<$). In termini operativi il NUMERO RELATIVO serve a rappresentare una differenza, relativa alla quantità e all’ordine, di una realtà rispetto ad un’altra presa come riferimento.

Il numero relativo viene definito nei dizionari e in molti libri di testo per gli alunni, come un numero assoluto preceduto dal “+” o dal “-”. Questa non può essere una definizione, ma è la convenzione inerente la scrittura

di un numero relativo. Il concetto di numero relativo ha a che fare con il mondo delle relazioni, non esprime perciò uno “stato di cose” (questo numero viene detto “assoluto”), ma manifesta il giudizio inerente un nesso che lo stato di cose di una realtà ha rispetto al corrispondente stato di cose della “realtà riferimento” (realtà assunta come termine di confronto).

Il nesso che genera il numero relativo consiste nella differenza di una posizione, di una quantità, di una dimensione rispetto ad altre posizioni, quantità, dimensioni. Quindi la frase *“ho 3 figurine in meno di Giovanni”* esprime la differenza quantitativa delle figurine del soggetto rispetto alle figurine di Giovanni, ma non dicono assolutamente nulla sulle figurine possedute né dal soggetto né dal riferimento. E’ difficile per gli alunni capire che un numero relativo non esprime gli stati di cose e così interpreta i -5°C segnati dal termometro come uno stato termico, non come differenza di uno stato termico rispetto ad un altro preso come termine di comparazione.

Il -5 potrebbe perciò esprimere lo stato “7” rispetto allo stato “12” e così pure il “6” rispetto all’ “11”, il “9” rispetto al “14”, ... ma rimane il fatto che il -5 non è alcuno di questi stati. E’ il pensare che al variare del riferimento il soggetto varia in modo che la differenza tra i due rimane costantemente -5 , è l’infinità delle coppie ordinate che si possono formare con la proprietà invariante della differenza.

L’insieme dei numeri relativi è ordinabile e tutti gli studenti sanno che il -6 è minore di -5 , ma sanno che cosa significa il “minore” o il “maggiore” fra relazioni, visto che i numeri relativi esprimono dei nessi? Il problema, per l’alunno, non sta nell’imparare la regola e nel saperla applicare, ma sta nell’avere una immagine mentale che permetta di capire il perché -6 è minore di -5 . E’ necessario evidenziare che il confronto fra relazioni è concepibile solo attraverso l’assunzione di un riferimento comune per tutte le relazioni stesse; questo riferimento comune permette di ricondurre il confronto fra relazioni al confronto fra stati, cioè fra valori assoluti associabili alle relazioni.

Ad esempio: *“L’altezza relativa di Nico rispetto all’altezza di Mario è di -6 cm, mentre l’altezza relativa di Aldo rispetto all’altezza di Anna è -5 cm. Tra le due altezze quale è la minore?”* è un quesito che non può avere risposta perché i riferimenti sono diversi. Se invece fosse stato *“L’altezza relativa di Nico rispetto all’altezza di Mario è di -6 cm, mentre l’altezza relativa di Aldo, sempre rispetto all’altezza di Mario, è -5 cm. Tra le due altezze quale è la minore?”*, la risposta sarebbe immediata: l’altezza relativa -6 di Nico è “minore” dell’altezza relativa -5 di Aldo perché, se l’altezza di Mario fosse stata 160 cm allora le altezze di Nico e Aldo sarebbero state rispettivamente 154 e 155 cm e si sa che $154 < 155$.

Questo lavoro, se viene fatto bene per i numeri relativi, costituisce un fondamento che vale anche per i numeri razionali, infatti la frazione “ $3/4$ ” non è uno stato di cose ma è un nesso di rapporto fra stati dove il soggetto “3” viene rapportato al riferimento “4”. Per confrontare i due rapporti $7/6$ e

5/4 è necessario portarli allo stesso riferimento: 14/12 e 15/12. I “dodicesimi” diventano il riferimento comune e il confronto diventa quello fra il 14 e il 15.

Per la conversazione clinica

In una 5^a elementare gli alunni sono normalmente a digiuno rispetto al concetto di valore relativo. E' utile più che mai fare una conversazione clinica basata sulle seguenti domande:

- 1) Non avete mai visto dei numeri che hanno davanti il segno + o - ?
 - 1-a) Che cosa vogliono dire?
- 2) Che cosa vi viene in mente rispetto alla seguente situazione: “In un’aula di 18 banchi deve stare una classe di 21 alunni” ?
 - 2-a) Se dovessi dire “meno 3” che cosa esprimerei della situazione descritta?
- 3) Fatemi l’esempio di una situazione che si possa esprimere con il numero “-5”.
 - 3-a) Cosa significa: “la differenza di età fra Maria e Lia è di 5 anni” ?
- 4) “L’altezza di Beatrice è +6 cm rispetto all’altezza di Marco”. I 6 cm sono dell’altezza di Beatrice o di quella di Marco?
 - 4-a) Quale differenza esiste fra 6 cm e +6 cm ?
 - 4-b) Se “la lunghezza della gomma è -6 cm rispetto a quella del pennarello”, significa sapere quanto è lunga la gomma?
 - 4-c) *(Presentazione di un cartellone con una tabella delle altezze relative, di un gruppo di amici, rispetto all’altezza di Luca assunta come riferimento).*
Si può dire quale è l’altezza di Giovanna?
- 5) Guardando il tabellone, chi è più alto fra Giovanna e Nicola?
 - 5-a) Fra i numeri -1 e -2 quale è il maggiore?

Tolte le risposte ripetitive che molti bambini hanno dato imitando i compagni, la conversazione clinica, proposta ai bambini di molte classi poco dopo l’inizio dell’anno scolastico è risultata la seguente:

- 1) *Non avete mai visto da qualche parte, su qualche oggetto, dei numeri con davanti il segno + o -?*
 - silenzio, nessuno apre bocca
 - Ma veramente non avete mai visto numeri come, ad esempio, +5 , -3 ?*
 - io li ho visti
 - Dove?*
 - quando si fanno le operazioni come 8+5
 - anche quando si fa la sottrazione 8-3

Ma io vi ho chiesto se avete visto i numeri che hanno il segno, non le operazioni di somma e di sottrazione!

- a me non viene in mente niente
- io non li ho mai visti
- sono quelli della temperatura quando fa freddo
- li ho visti anch'io sul termometro
- anch'io

1-a) *Che cosa vuol dire -3 gradi?*

- che sul termometro ci sono -3 gradi allo zero
- vuol dire che lo 0 è una temperatura fredda, poi il -3 è ancora più fredda, invece il $+25$ è caldissima

Se invece di " -3 gradi" fosse " -3 " e basta, che cosa significherebbe?

silenzio da parte di tutti

Vi immaginate qualche cosa che sia -3 e che non sia una temperatura?

- boh

2) *Vi propongo la seguente situazione: "In un'aula di 18 banchi deve starci una classe di 21 bambini". Che cosa vi viene in mente?*

- ce ne sono 3 di troppo

Di che cosa?

- di alunni
- mancano 3 banchi, ci sono 3 alunni di troppo

Si sta parlando dei banchi o degli alunni?

- dei banchi
- degli alunni
- ma sono i banchi che sono in meno e mancano
- e allora gli alunni sono di più e ce ne sono troppi
- ci sono 3 alunni che non sanno dove mettersi
- in qualche banco ci staranno due compagni insieme

2-a) *Se si dovesse esprimere la situazione con il " -3 " (scritto alla lavagna), come fareste?*

- $+3$ bambini

Ma io ho chiesto di dire con il -3 !

- -3 banchi
- i banchi sono -3

Spiegati meglio. Che cosa vuol dire "i banchi sono -3 " ?

- che non ci sono 3 banchi
- che i banchi sono 3 in meno

Di che cosa in meno?

- per farci stare tutti i bambini della classe

3) *Fatemi l'esempio di una situazione diversa da banchi, alunni e temperatura, che si possa esprimere con il numero " -5 " ?*

- se ho 16 caramelle e ne mangio 5, quante me ne restano?

- ma questa è la sottrazione e il maestro ha detto che il numero -5 non è fare il meno
- sono al 2° piano e il condominio ha 7 piani, quanti piani mi mancano per arrivare in cima?

E il -5 che cosa è?

- sono i piani che devo ancora fare
- a me sembra che i piani che devi fare sono 5 e non -5
- no, perché 5 vuol dire che li ho fatti

3-a) *Che cosa vuol dire: “la differenza di età fra Mario e Gianni è di 5 anni”?*

- che è come che Mario sia 11 anni e Gianni 6
- Mario ha 9 anni e Gianni 4
- o che Mario ha 5 anni e Gianni è appena nato

Ma io ho detto chi è il più vecchio tra Mario e Gianni?

- no

E allora?

- allora è come Gianni 6 anni e Mario 1
- Gianni 13 e Mario 8

Io non ho detto che è Gianni il più vecchio!

- boh

Se avessi detto: “l’età di Gianni è -5 anni rispetto all’età di Mario” che cosa avreste capito?

- che Gianni è più vecchio di Mario
- io dico che Gianni è più giovane
- anch’io dico che Gianni è più giovane e di 5 anni
- è come Gianni 6 anni e Mario 11
- e anche Gianni 11 e Mario 16

4) *Consideriamo adesso le altezze delle persone: “l’altezza di Beatrice è $+6$ cm rispetto all’altezza di Marco”. I $+6$ cm sono dell’altezza di Beatrice o di Marco?*

- di Beatrice
- sei matta! Come fa Beatrice a essere alta 6 cm?
- anch’io credo che 6 cm sono pochi, pochi
- ma non è alta 6 cm, è come se Beatrice fosse alta ... facciamo 146 cm e Marco 140
- però il maestro ha detto che l’altezza di Beatrice è di $+6$ cm

4-a) *Che differenza c’è tra 6 cm e $+6$ cm?*

silenzio

Nessuno me lo sa dire?

- 6 cm è come ... la lunghezza di un dito, invece $+6$ cm vuol dire che è 6 cm in più

Di che cosa?

- di un’altra cosa

Cioè?

- se l'altra cosa è di 10 cm allora la cosa è di 16 cm
- è come dire che il pennarello è +6 cm della gomma

Come è la lunghezza della gomma rispetto a quella del pennarello?

- è di meno
- è 6 cm in meno

Scrivilo sulla lavagna?

il bambino alla lavagna scrive “cm 6 in meno”

Lo puoi scrivere in un modo più sintetico, più simbolico?

- ?
- vengo io che ho capito
- il nuovo bambino si avvicina alla lavagna e scrive: “cm -6”

Siete tutti d'accordo che così si capisce?

- sìiii

4-b) *Se la gomma è “cm -6” rispetto al pennarello, significa sapere quanto è lunga la gomma?*

- sì
- no
- non è mica vero perché la gomma si può sempre misurare con il centimetro
- ma se non sappiamo quale gomma è, come fai a misurarla?

(il maestro presenta un cartellone, come quello riprodotto di lato, contenente la tabella delle altezze relative di un gruppo di amici, avendo assunto come riferimento l'altezza di Luca)

4-c) *Non si sa quanto è alto Luca. Guardando la tabella si può dire quale è l'altezza di Giovanna?*

- 3 cm
- ancora come prima! 3 cm è la differenza in più e non è l'altezza
- non si sa

5) *Fra Giovanna e Nicola chi è più alto?*

- Nicola
- Nicola

E fra Giovanna e Paola?

- Giovanna

Perché?

- Giovanna è più alta di Luca, invece Paola è più bassa e allora Giovanna è più alta di Paola

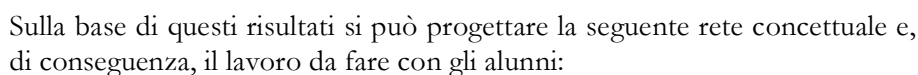
| Gruppo di amici | Altezze degli amici rispetto a quella di Luca |
|-----------------|---|
| Mario | -2 cm |
| Giovanna | +3 cm |
| Paola | -5 cm |
| Luigi | +1 cm |
| Nicola | +6 cm |
| Marta | -1 cm |
| Luca | 0 cm |

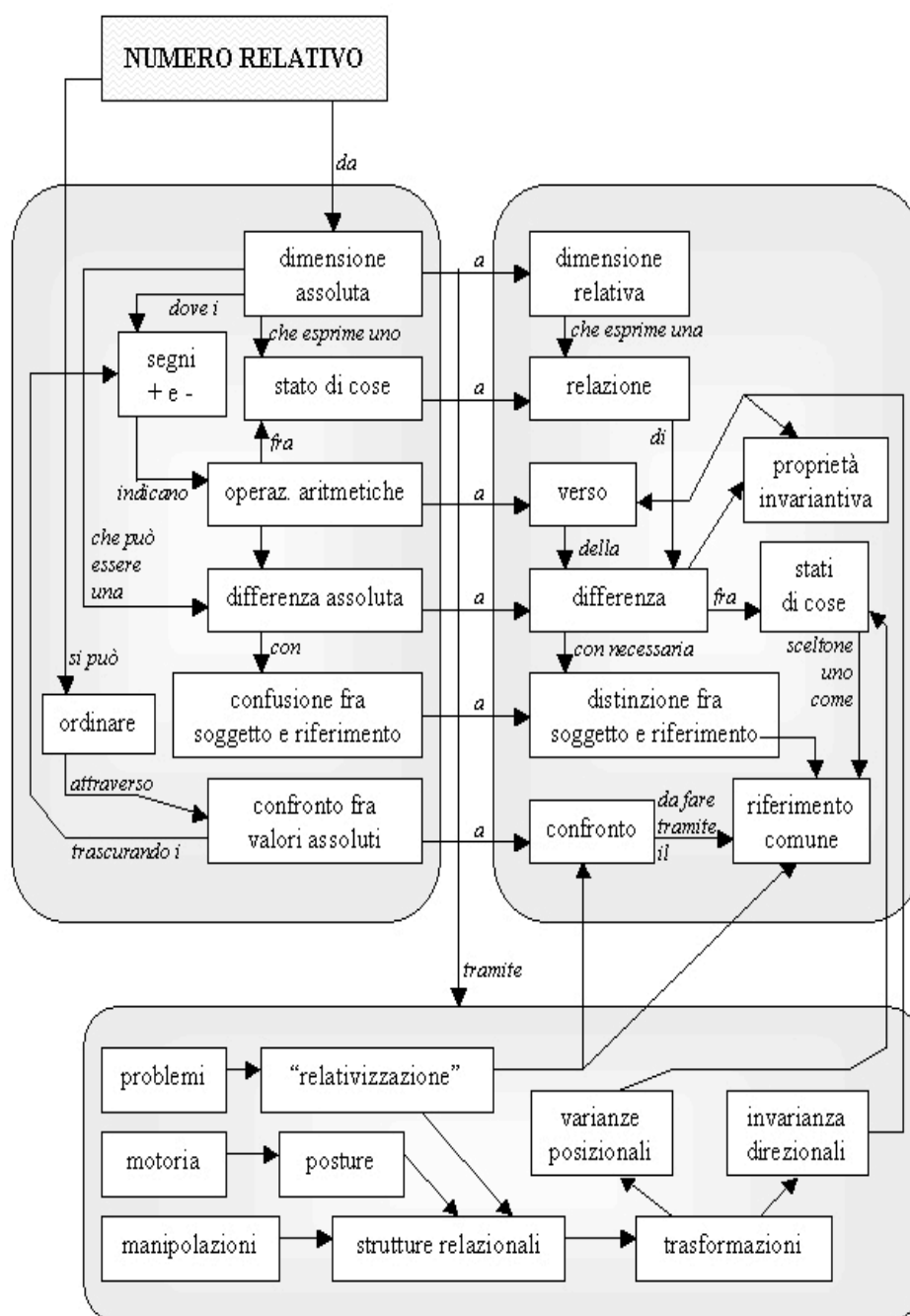
- è giusto
- Tra Marta e Mario chi è il più grande?*
- Mario
- Perché?*
- Mario è 2 cm e Marta è 1 cm e 2 è maggiore di 1
- a me non sembra perché 2 e 1 non sono le loro altezze
- io dico che è Marta perché, metti che Luca sia alto ... facciamo 140 cm, allora Marta è 139 cm e Mario è 138 cm e 139 è di più di 138
- è come lo volevo dire io
- 5-a) *Ora scrivo alla lavagna i numeri -1 e -2. Quale dei due è quello maggiore?*
- il -2
- il -2
- a me sembra -1, come per le altezze di Marta e di Mario
- ma il 2 è sempre stato maggiore di 1

In sintesi il risultato della conversazione clinica è:

- dalla quasi totalità degli alunni il numero relativo viene individuato solo nello strumento del termometro adatto al rilevamento della temperatura ambientale. Nessun alunno si rende conto che questo numero è una misura relativa, cioè una relazione tra due temperature. Altre realtà o altri vissuti esprimibili con il numero relativo non li hanno saputi trovare;
- i segni relazionali “+” e “-” del numero relativo vengono confusi con le operazioni di addizione e di sottrazione. Infatti, il +5 per un alunno è con sicurezza: “quando si fanno le operazioni del +, come ad esempio $8+5$ ”;
- una buona parte degli alunni semplifica il numero relativo interpretandolo come un valore assoluto. Infatti la affermazione: “La lunghezza della penna è +6 cm rispetto alla lunghezza della gomma” viene intesa dalla maggioranza degli alunni come: “la penna è lunga 6 cm”.
- la differenza è intesa come “differenza assoluta” dove vale la proprietà commutativa (la differenza fra A e B è uguale alla differenza fra B e A) e, come tale, non ha un verso e il suo risultato è senza segno. Ad esempio, la differenza di età fra due persone è di 3 anni e non che una ha 3 anni in più (o in meno) rispetto all'altra. A nessuno viene in mente di distinguere i ruoli delle due realtà che vengono differenziate, considerando una come “soggetto” e l'altra come “riferimento”;
- quasi tutti gli alunni conoscono la proprietà invariantiva e la sanno applicare abbastanza bene sulle differenze dimensionali di età e di altezza. Si potrà perciò utilizzare questa conoscenza per lo sviluppo successivo del numero relativo come rappresentante di tutte le differenze equivalenti.
- l'ordinamento per altezze relative, del gruppo di amici elencati nella tabella, è stato fatto come se la seconda colonna riportasse le altezze assolute. Solo una minoranza di alunni (i cui ragionamenti sono stati riportati fe-

La situazione degli alunni può essere espressa con la seguente matrice cognitiva:



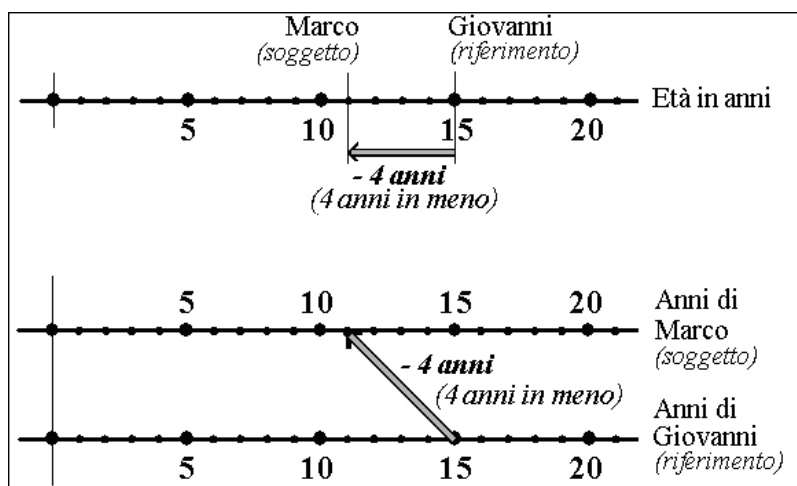


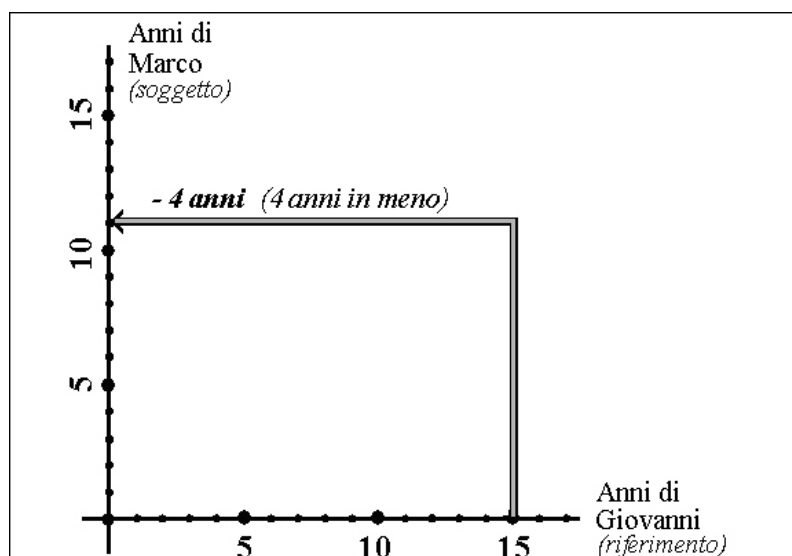
Partendo da questa rete concettuale le proposte in classe possono essere articolate nelle seguenti fasi:

FASE 1: *Soggetto e riferimento in una relazione*

Obiettivo: Far riflettere l'alunno che la relazione fra due realtà non si mantiene, quando si inverte l'ordine delle due realtà, ma diventa la "relazione inversa". Nasce perciò la necessità di distinguere i ruoli delle due realtà e dell'evidenziare questi nelle diverse forme linguistiche.

| COSA FA L'INSEGNANTE | COSA FA L'ALUNNO |
|---|---|
| <p>A – Propone il problema: "<i>Giovanni ha 15 anni e Marco ne ha 11. Come è l'età di Marco rispetto a quella di Giovanni?</i>" scritto alla lavagna e lo fa leggere ad alta voce a un alunno.</p> <p>Propone due risposte parziali:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Marco è più giovane di Giovanni; • Giovanni è più vecchio di Marco, <p>e chiede di scegliere quale è la risposta giusta e spiegare il perché della scelta.</p> <p>Insiste nell'analisi del testo del problema:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ma la domanda del problema pone come soggetto Giovanni o Marco? • Allora tra le due risposte: "<i>Giovanni è più vecchio di 4 anni?</i>" e "<i>Marco è più giovane di 4 anni?</i>" quale è quella giusta? | <p>- Legge il testo del problema</p> <p>- Discute con i compagni di classe, molti sosterranno che sono giuste entrambe, fino ad arrivare ad escludere la seconda risposta parziale.</p> <p>- Discute e risponde ad entrambe le domande e attende la conferma dell'esattezza delle proprie risposte dall'insegnante.</p> <p>- Scrive sul quaderno sia il testo del problema, sia la risposta corretta.</p> |
| <p>B – Dà a ciascun alunno una scheda, come quella riportata di seguito, che propone alcuni modi per esprimere la risposta del problema</p> | <p>- Prende la scheda, la interpreta e attende le spiegazioni dell'insegnante.</p> |





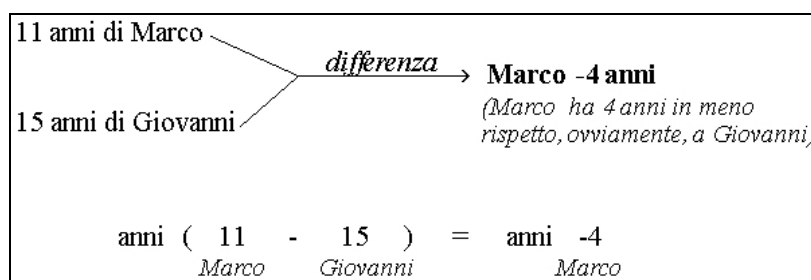
Comunica il nome di tutti tre i grafici:

- semiretta dei numeri naturali;
 - binario di semirette dei naturali;
 - quadrante cartesiano dei naturali,
- ed invita a cogliere ciò che li accomuna.

- L'alunno prende nota e discute con i compagni sulle tre forme linguistiche, fino a quando giunge alla risposta: "La freccia che relaziona il soggetto (Marco) con il riferimento (Giovanni)" e, precisamente, la punta della freccia indica sempre il soggetto.

C – Propone, scrivendola alla lavagna, una forma espressiva legata al linguaggio aritmetico:

- Presta attenzione allo scritto fatto dall'insegnante sulla lavagna.



e ne evidenzia la convenzione: " il primo numero citato, in una operazione aritmetica di relazione, si riferisce sempre alla realtà soggetto"

- Prende appunti.

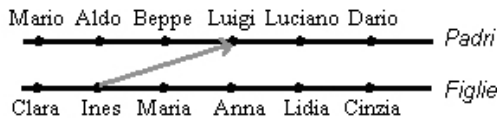
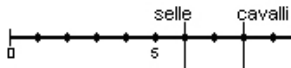
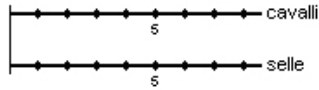
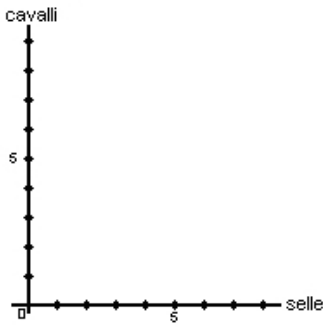
Raggruppamenti: lavoro in classe insegnante/alunni a senso unico e multiplo; discussioni e confronti collettivi

Metodi: riflessione con discussione; registrazioni

Mezzi e strumenti: colla, schede, quaderno

FASE 2: *Schede di consolidamento*

Obiettivo: Riprendere a livello grafico il concetto di “soggetto/riferimento” proposto nella fase precedente e rimarcarlo in diverse situazioni relazionali, approfondendo contemporaneamente l'utilizzo delle forme linguistiche più adatte per esprimere tali relazioni.

| COSA FA L'INSEGNANTE | COSA FA L'ALUNNO |
|--|---|
| <p>A - Propone all'alunno due schede, precedentemente predisposte (come quelle di seguito riportate), contenenti le consegne relative ai compiti da portare a termine.</p> | <p>- Legge, analizza e porta a termine i compiti assegnati.</p> |
| <div style="border: 1px solid black; padding: 10px;">  <p>Nella relazione rappresentata sopra sono soggetti i padri o le figlie? _____</p> <p>Indica con una crocetta la frase che rappresenta la relazione espressa dalla freccia:</p> <p><input type="checkbox"/> « Luigi è padre di Ines » <input type="checkbox"/> « Ines è figlia di Luigi »</p> </div> | |
| <div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p>Problema: <i>In una stalla ci stanno 8 cavalli e, appese ad una parete, ci sono 6 selle. Sapendo che ad ogni cavallo spetta una sella, quale è la situazione dei cavalli rispetto alle selle?</i></p> <p>La domanda del problema chiede di parlare dei cavalli o delle selle? _____</p> <p>Fai una crocetta a fianco delle seguenti risposte che ritieni esatte:</p> <p><input type="checkbox"/> « 2 cavalli » <input type="checkbox"/> « +2 cavalli » <input type="checkbox"/> « -2 cavalli » <input type="checkbox"/> « 2 selle » <input type="checkbox"/> « - 2 selle »</p> <p>Completa i seguenti grafici con le frecce che indicano la risposta esatta:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div> <p>Completa le parti mancanti:</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> <p>Cavalli _____</p> <p>Selle _____</p> </div> <div style="margin-right: 20px;"> <p style="font-size: 2em;">}</p> <p style="text-align: center;">differenza</p> <p style="font-size: 2em;">→</p> </div> <div> <p>_____</p> </div> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(8 - 6) = _____</p> <p style="text-align: center;">cavalli selle cavalli</p> </div> </div> | |

Raggruppamenti: lavoro in classe insegnante/alunni a senso unico e multiplo.

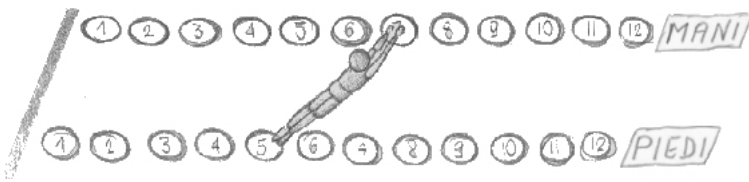
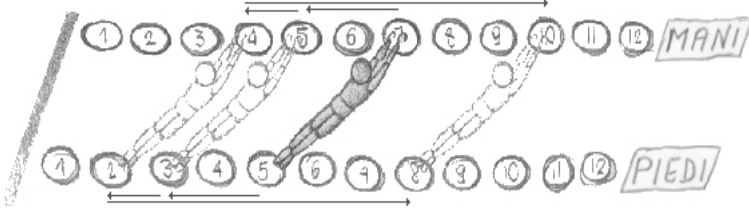
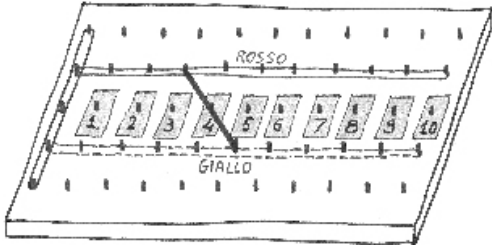
Metodi: compilazione schede.

Mezzi e strumenti: schede

FASE 3: *La proprietà invariantiva con la scala*

Obiettivo: Far riscoprire la proprietà invariantiva della differenza legandola all'agire del proprio corpo e proporre il numero relativo come classe di equivalenza formata da tutte le differenze equivalenti che si possono ottenere applicando la proprietà invariantiva.

| COSA FA L'INSEGNANTE | COSA FA L'ALUNNO | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|--|---|----------------------|---------------------|-------|-----|--|--|------|-----|--|--|-------|-----|--|--|----------|---|--|--|-----------|----|--|--|--|---------|---|----------------------|---------------------|-------|-----|----------|----------|------|-----|----------|----------|-------|-----|-----------|----------|----------|---|--|--|-----------|----|--|--|
| <p>A – Incarica gli alunni di numerare (con etichette autoadesive e pennarelli) i gradini o i pioli di una scala, attribuendo al pavimento il valore “0”.</p> <p>Predisporre un cartellone con una tabella a 3 colonne, come quella sotto riportata, e incarica un alunno di registrare l'evolversi della situazione. La regola dell'esercizio proibisce che un alunno occupi i gradini già occupati da altri alunni.</p> <p>Fa partire Bruno, Lisa e Paola</p> | <p>- Esegue la consegna ricevuta e numera i gradini di una scala di marmo, presente a scuola, andando dallo “0” del pavimento dell'ingresso in su fino al “16” dell'ultimo gradino.</p> <p>- Ciascuno dei tre alunni si colloca con i piedi su di un gradino e le mani sugli opportuni gradini superiori. Intanto l'alunno incaricato della registrazione segna:</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <table><tr><th>Allievo</th><th>Posizione relativa delle mani rispetto ai piedi</th><th>Posizione delle mani</th><th>Posizione dei piedi</th></tr><tr><td>Bruno</td><td>+ 2</td><td></td><td></td></tr><tr><td>Lisa</td><td>+ 1</td><td></td><td></td></tr><tr><td>Paola</td><td>+ 3</td><td></td><td></td></tr><tr><td>Giovanni</td><td>0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>Valentina</td><td>-4</td><td></td><td></td></tr></table> | Allievo | Posizione relativa delle mani rispetto ai piedi | Posizione delle mani | Posizione dei piedi | Bruno | + 2 | | | Lisa | + 1 | | | Paola | + 3 | | | Giovanni | 0 | | | Valentina | -4 | | | <table><tr><th>Allievo</th><th>Posizione relativa delle mani rispetto ai piedi</th><th>Posizione delle mani</th><th>Posizione dei piedi</th></tr><tr><td>Bruno</td><td>+ 2</td><td>6</td><td>4</td></tr><tr><td>Lisa</td><td>+ 1</td><td>9</td><td>8</td></tr><tr><td>Paola</td><td>+ 3</td><td>10</td><td>7</td></tr><tr><td>Giovanni</td><td>0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>Valentina</td><td>-4</td><td></td><td></td></tr></table> | Allievo | Posizione relativa delle mani rispetto ai piedi | Posizione delle mani | Posizione dei piedi | Bruno | + 2 | 6 | 4 | Lisa | + 1 | 9 | 8 | Paola | + 3 | 10 | 7 | Giovanni | 0 | | | Valentina | -4 | | |
| Allievo | Posizione relativa delle mani rispetto ai piedi | Posizione delle mani | Posizione dei piedi | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Bruno | + 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Lisa | + 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Paola | + 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Giovanni | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Valentina | -4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Allievo | Posizione relativa delle mani rispetto ai piedi | Posizione delle mani | Posizione dei piedi | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Bruno | + 2 | 6 | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Lisa | + 1 | 9 | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Paola | + 3 | 10 | 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Giovanni | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Valentina | -4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>B - Chiede a Giovanni e a tutti gli altri compagni della classe che cosa significa, stando con i piedi sul 2° gradino, posizione relativa « 0 » della mani rispetto ai piedi.</p> <p>Chiede a Valentina se si deve posizionare sulla scala a testa in su o a testa in giù. Chiede se ne è capace e, se dovesse aver paura a posizionarsi, dove si posizionerebbe con le mani e con i piedi?</p> | <p>- Dopo una discussione collettiva gli alunni concludono che: non è mettersi con le mani nella posizione “0”, ma che non c'è differenza fra la posizioni delle mani e la posizione dei piedi. Giovanni si posiziona con mani e piedi sullo stesso gradino.</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | |
|--|---|
| | <p>- Risponde sia sul verso (testa in giù), sia sulle posizioni assunte sulla scala (ad esempio: 5° e 1°).</p> |
| <p>C – Predispone due file parallele di cerchi e mette due cartelli per indicare che nella 1ª si mettono le mani mentre nella seconda si mettono i piedi.</p> <p>Chiede al bambino di posizionarsi in modo da esprimere la relazione “+2 per le mani rispetto ai piedi”</p>  <p>Chiede di arretrare di due cerchi, sia con le mani, sia con i piedi e poi chiede:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sono cambiate le posizioni delle mani e dei piedi? • Sono cambiate nello stesso modo? • La relazione “+2 per le mani rispetto ai piedi” è cambiata?  <p>Fa eseguire altri spostamenti (ad esempio: arretra di 1, avanza di 5) e alla fine chiede: con tutte le posizioni diverse, assunte via via, la relazione “+ 2 ” è cambiata?</p> | <p>- E' incerto nella scelta del cerchio dei piedi, fatta la scelta ruota a destra fino ad individuare il cerchio di arrivo della mani e poi si lascia cadere posizionandosi correttamente:</p> <p>- Esegue lo spostamento e risponde alle domande</p> <p>- Risponde motivando il tutto</p> |
| <p>D – Con un geopiano e con degli elastici costruisce un “binario relazionale” con l’aggiunta di cartellini che identificano le posizioni. Alla fine pone un elastico che relaziona il “3 rosso” con il “5 giallo”.</p>  | <p>- Presta attenzione al lavoro manipolatorio dell’insegnante e si concentra sulle successive spiegazioni e richieste.</p> |

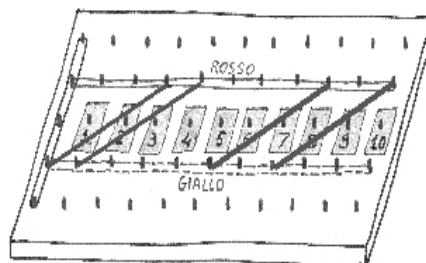
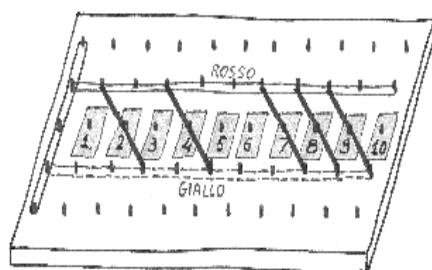
Spiega che in mancanza di specifiche la convenzione vuole come soggetto la prima realtà in alto, o a sinistra, tra le due relazionate. Quindi sul geopiano il soggetto è il rosso e il riferimento è il giallo.

Pone ora delle domande a Michele:

- L'elastico nero esprime la relazione “-2” oppure la relazione “+2”?
- Si possono porre, in posizioni diverse, altri elastici neri che esprimano la stessa relazione? Se sì mostramelo.
- Togli tutti gli elastici neri e rimettili in modo che esprimano tutti la relazione “+3”.

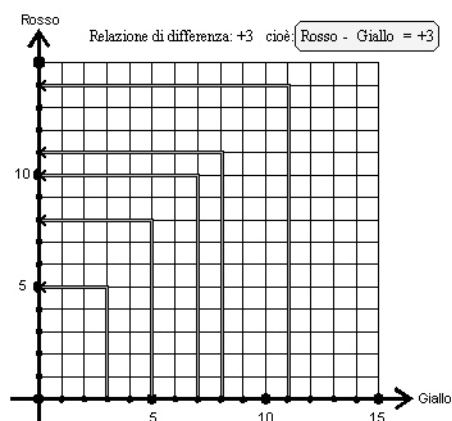
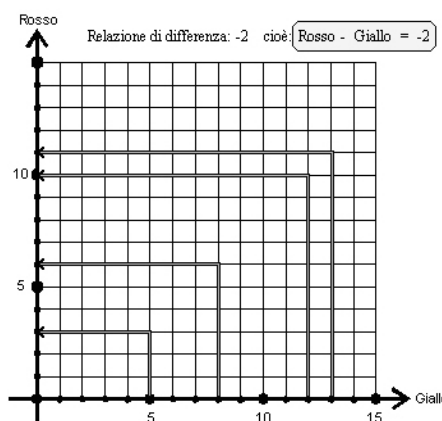
- Risponde che il “soggetto rosso” è 2 in meno rispetto al “riferimento giallo”, perciò è la relazione “-2”.

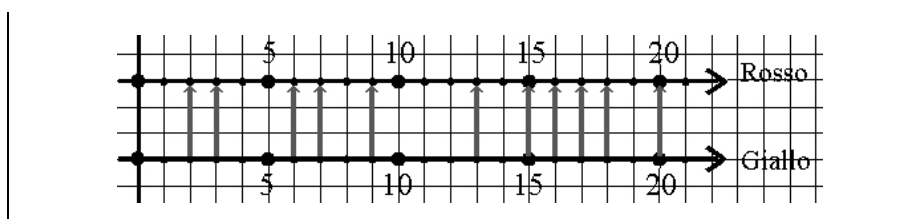
- Completa le richieste:



E – Propone di esprimere sul loro quaderno quadrettato le relazioni “-2” e “+3” con il quadrante cartesiano dei numeri naturali e la relazione “0” con il binario dei naturali.

- Realizza i due grafici, uno per relazione, chiedendo consiglio all’insegnante.





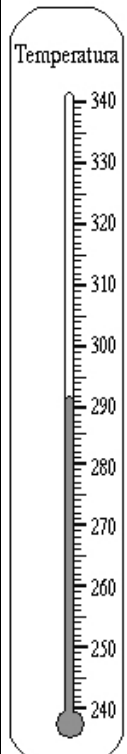
Raggruppamenti: lavoro in palestra, in classe e negli ambienti scolastici insegnante/alunni a senso unico e multiplo; discussioni e confronti collettivi

Metodi: esperienze motorie e manipolatorie; riflessioni con discussioni; registrazioni

Mezzi e strumenti: Materiale da laboratorio psicomotorio, geopiano con elastici, quaderno

FASE 3: *Relativizzazione delle realtà e l'ordinamento dei relativi*

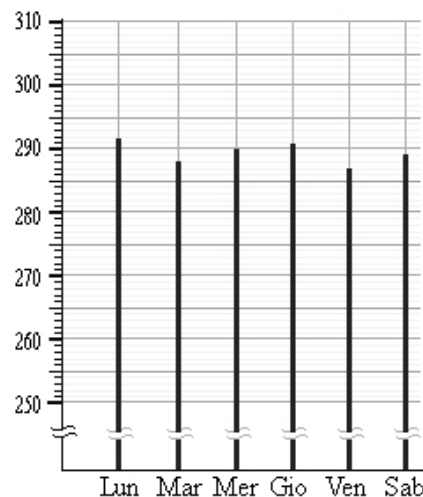
Obiettivo: Far comprendere che il confronto tra i numeri relativi ha senso solo se questi esprimono delle relazioni con lo stesso riferimento. Per ottenere ciò è necessario che sappiano trasformare dei valori assoluti, riferiti a realtà omogenee, in valori relativi ad una di queste realtà presa come riferimento. Devono quindi sapere relativizzare gli attributi delle realtà prese in considerazione.

| COSA FA L'INSEGNANTE | COSA FA L'ALUNNO |
|--|--|
|  <p>A – Prima di presentarlo agli alunni modifica il termometro sovrapponendo alla scala centigrada la scala assoluta (lo 0°C corrispondono ai 273°K).</p> <p>Deve essere un termometro sufficientemente grande e viene proposto agli alunni come un vecchio strumento che utilizzavano i nostri avi e che si basava su di una scala che nemmeno l'insegnante conosce.</p> <p>In ogni caso propone di sfruttarlo rilevandone le temperature dei giorni della settimana, rilevate tutte alle ore 10,30.</p> <p>Chiede agli alunni di predisporre sul quaderno il grafico per la registrazione ad istogrammi delle temperature e ne dà le indicazioni necessarie.</p> | <p>- Osserva lo strumento e discute con i compagni di classe sulla strana scala.</p> <p>- Traccia sul quaderno la base per il grafico settimanale.</p> |

Giorno per giorno fa registrare le temperature e, alla fine della settimana chiede di leggere dal grafico:

- quali sono stati i giorni con le temperature più alta e più bassa;
- quanto è la differenza fra la temperatura maggiore e quella minore registrate;
- si può dire quanto sarebbe stata la temperatura minore con il termometro normale presente in tutte le case?

- Giorno per giorno registra le temperature e compone un grafico come, ad esempio, il seguente:



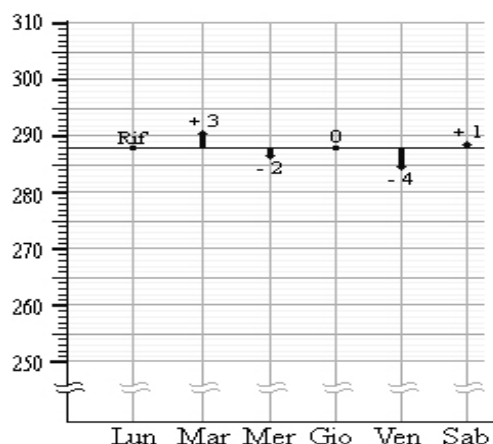
- Dà le risposte chieste dall'insegnante e le registra sul quaderno

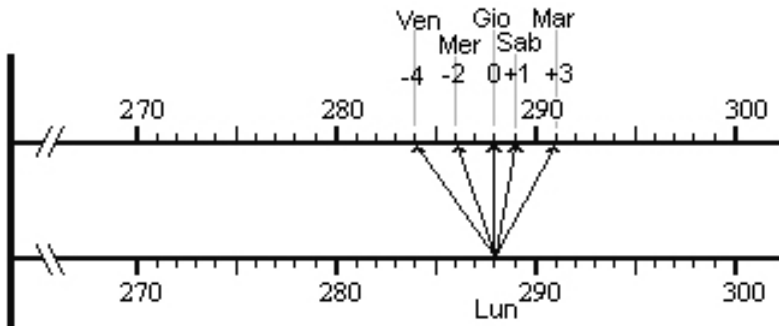
B – Con il termometro considerato non si possono avere temperature positive o negative. Pone allora il problema: *“in quale modo le temperature che si leggono sul termometro possono essere registrate con i numeri relativi?”*

Propone come temperatura di riferimento quella registrata all'inizio della settimana, cioè il lunedì; le temperature degli altri giorni verranno registrate come differenza da quella del lunedì.

- Gli alunni della classe discutono sul modo di risolvere il problema e devono giungere alla proposta del prendere una temperatura come riferimento per giudicare le altre.

- Tutti d'accordo predispongono il grafico per le registrazioni quotidiane e poi giorno dopo giorno lo completano:



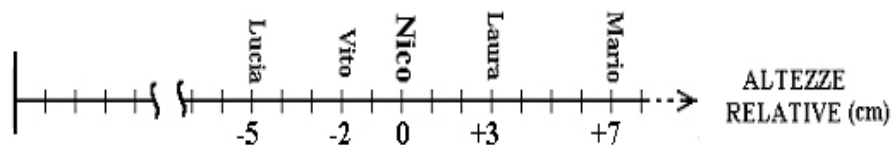
| | |
|---|---|
| <p>Partendo dalle registrazioni pone delle domande sui valori relativi registrati:</p> <ul style="list-style-type: none"> • la temperatura “-4” del venerdì a quale temperatura corrisponde sul termometro? • indica una temperatura maggiore o minore di quella del lunedì presa come riferimento? • la temperatura “+3” significa “3 gradi”? • fra le temperature registrate il venerdì e il mercoledì: “-4” e “-2”, quale è la maggiore | <p>- Risponde per iscritto alle domande poste dall'insegnante e alla fine confronta le proprie risposte con quelle dei propri compagni, discutendo, sotto la guida dell'insegnante, per giungere alle risposte esatte e motivando le scelte.</p> |
| <p>C – Chiede di mettere in ordine le temperature rilevate dalla minore alla maggiore, utilizzando il binario dei naturali i cui valori stanno nell'intervallo che va dai 270 ai 300 gradi :</p>  <p>Mostra alla lavagna il grafico corretto, come quello sopra riportato, e invita a riflettere:</p> <ul style="list-style-type: none"> • le temperature negative possono essere rappresentate da frecce con il verso a destra? • più la freccia è inclinata a sinistra, minore è la temperatura ambiente? • che numero relativo potrebbe avere una freccia più inclinata a sinistra di quelle tracciate? | <p>- Esegue il compito con un grafico sul proprio quaderno:</p> <p>- Controlla che il proprio grafico sia esatto confrontandolo con quello dell'insegnante.</p> <p>- Da le proprie risposte e discute con i compagni sulle eventuali discordanze.</p> |

D – Rileva con un segno sul muro della classe l'altezza di Nico, ma non la misura e nessuno la può misurare. Prende altri 4 compagni e segna le loro altezze sullo stesso muro con segni di colori diversi che stanno sopra o sotto il segno dell'altezza di Nico.

Fa misurare le 4 altezze relative all'altezza di Nico (cioè quanto differiscono dalla altezza di Nico presa come riferimento) e ne compone un grafico posto su di una sola linea.

- Nico e i 4 compagni si pongono in modo che l'insegnante con una squadra sulla testa posso riportare i segni sul muro, gli altri compagni controllano l'esattezza delle operazioni.

- Partecipa alla rilevazione delle differenze di altezze ed alla costruzione del grafico



Chiede di tracciare le altezze degli alunni Vito e Lucia partendo con una linea che corrisponde al pavimento della stanza e quindi rispondere alle domande:

- il numero -2 indica una altezza maggiore oppure minore di quella indicata dal numero -5 ?

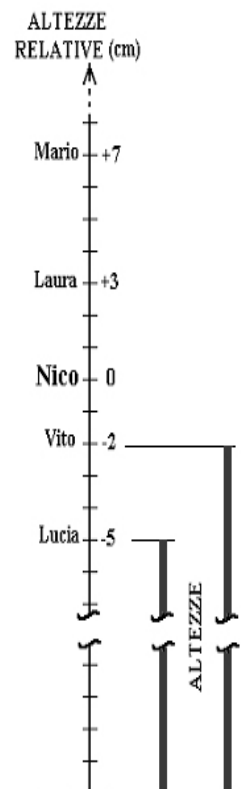
- Tra le due scritte:

“ $-2 > -5$ “

“ $-2 < -5$ “

quale è quella esatta?

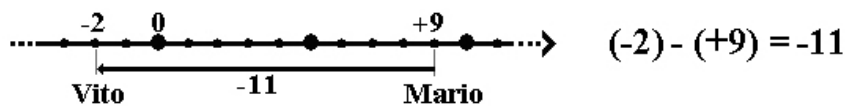
- Traccia le due altezze richieste e tramite il confronto diretto è in grado di dare le giuste risposte.



E – Ricorda che sulla semiretta dei numeri naturali la freccia indica la differenza fra soggetto e riferimento:



Proponi allora di trovare la differenza fra le altezze relative -2 e $+7$ di Vito e Mario. | - Elabora il problema sulla retta dei numeri relativi



La retta degli interi relativi è una conquista importante per l'ordinamento fatto rispetto ad un riferimento che viene espresso dal numero "0" perché lo zero indica nessuna differenza con il riferimento, cioè è tanto quanto il riferimento. L'uso delle frecce è propedeutico al concetto di vettore geometrico e l'alunno la utilizza come se fosse un vero e proprio vettore con verso (-) e modulo (11).

Raggruppamenti: lavoro in classe insegnante/alunni a senso unico e multiplo; discussioni e confronti collettivi

Metodi: esperienze manipolatorie; riflessioni con discussioni; registrazioni

Mezzi e strumenti: termometro, cartelloni, quaderno